## 基础课18 导数与函数的极值、最值

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

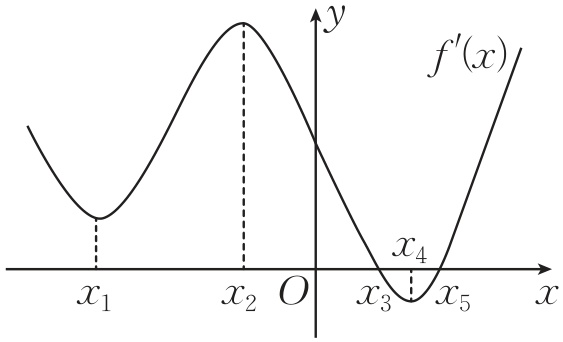
1. 图象连续的函数在上（ C ）.

A. 一定存在极小值 B. 一定存在极大值

C. 一定存在最大值 D. 极小值一定比极大值小

[解析]由函数的最值与极值的概念，可知 在 上一定存在最大值.故选.

2. 已知函数的导函数的图象如图所示，则的极小值点为（ C ）.



A. B. C. D. 和

[解析]由导函数 的图象可知，当 或 时，，当 时，，

所以 为函数的极大值点，为函数的极小值点.故选.

3. 已知函数在处有极值，则（ A ）.

A. B. 0 C. 1 D.

[解析]易知,因为函数 在 处有极值,所以,解得，代入检验满足题意.

故选.

4. 已知函数的导函数为，则“函数在处有极值”是“”的（ A ）.

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

[解析]若函数 在 处有极值，则一定有.

反之，若，函数 在 处不一定有极值，

如 在 处满足，但 在 处无极值，

所以“函数 在 处有极值”是“”的充分不必要条件.故选.

5. 某电动自行车的耗电量与速度之间的关系式为，为使其耗电量最小，则其速度为（ C ）.

A. 20 B. 30 C. 40 D. 50

[解析]由题意知，

令，解得，令，解得，

所以函数 在 上单调递减，在 上单调递增，

所以当 时，取得最小值.

因此为使耗电量最小，则其速度应定为40.故选.

6. 已知函数的一个极值点为，若，则实数的值为（ B ）.

A. B. C. 3 D.

[解析]函数 的图象连续，

且，

所以若 为 的一个极值点，则，解得.

因为，所以，所以.故选.

7. 已知函数有极大值和极小值，则实数的取值范围是（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]由题意知 有两个不相等的根，

所以，解得 或.故选.

8. 已知是自然对数的底数，则下列不等关系中正确的是（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]设函数，

则，当 时，,在 上单调递减；当 时，,在 上单调递增.因此，故 ,,故，,又 是增函数，所以,所以.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）下列说法正确的是（ CD ）.

A. 函数的极小值一定比极大值小

B. 对于可导函数，若，则为函数的一个极值点

C. 函数在内单调，则函数在内一定没有最值

D. 三次函数在上可能不存在极值

[解析]对于，根据极值的定义，函数的极小值不一定比极大值小，错误；

对于，若 或 恒成立，则 无极值点，错误；

对于，在 内单调，因为区间为开区间，所以取不到最值，正确；

对于，三次函数求导以后为二次函数，若 或 恒成立，则 无极值点，正确.故选.

10. （多选题）已知函数，则（ AC ）.

A. 在上单调递增

B. 有两个零点

C. 曲线在点,处切线的斜率为

D. 是奇函数

[解析]，定义域为，

则，

由,都在 上单调递增，知 也在 上单调递增，

又，所以当 时，，单调递减；当 时，，单调递增，正确；

因为，所以 只有一个零点，错误；

，根据导数几何意义可知 正确；

的定义域为，不关于原点对称，故 是非奇非偶函数，错误.故选.

11. 若函数与的图象存在公共切线，则实数的最大值为  .

[解析]，，

设公切线与 的图象切于点，

与曲线 切于点，

所以，

所以，所以，

所以，

因为，所以.

设，

则，令,得，

当 时，，当 时，，

所以 在 上单调递增，在 上单调递减，

所以，

所以实数 的最大值为.

12. [2024·南通月考]已知函数，若存在，，使得在区间上的最小值为且最大值为1，则符合条件的一组，的值为，（答案不唯一）.

[解析]，，不妨令，在区间 上恒成立，则 在区间 上单调递减，此时要满足题意，则,

,解得 故符合条件的一组，的值为,.

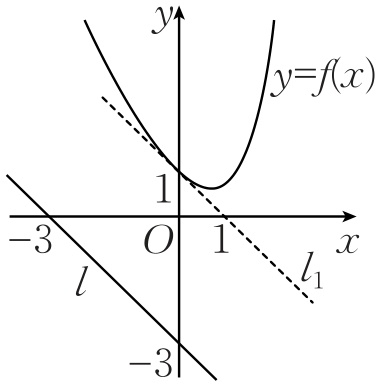
#### 应用情境练

13. 已知点在函数的图象上，点在直线上，则，两点之间距离的最小值是  .

[解析]由题意可得，令 得，

所以当 时，，函数 单调递减；当 时，，函数 单调递增.故，

所以 的图象如图所示.



要使得，两点之间的距离最小，即当直线 与 平行，且直线 与曲线 相切时，与 的距离即,两点之间的最小距离，

令，解得.

由，得直线 的方程为，即，

则 与 的距离，

即，两点之间距离的最小值是.

14*.*(2024·九省适应性测试)已知函数*f*(*x*)*=*ln *x+x*2*+ax+*2在点(2,*f*(2))处的切线与直线2*x+*3*y=*0垂直*.*

(1)求*a*;

(2)求*f*(*x*)的单调区间和极值*.*

[解析](1)*f'*(*x*)*=+*2*x+a*,则*f'*(2)*=+*2*×*2*+a=+a*,

由题意可得*+a**×**-**=-*1,解得*a=-*3*.*

(2)由(1)得*f*(*x*)*=*ln *x+x*2*-*3*x+*2,

则*f'*(*x*)*=+*2*x-*3*==*,*x>*0,

故当0*<x<*时,*f'*(*x*)*>*0,当*<x<*1时,*f'*(*x*)*<*0,当*x>*1时,*f'*(*x*)*>*0,

故*f*(*x*)的单调递增区间为0,,(1,*+∞*),*f*(*x*)的单调递减区间为,1,

故*f*(*x*)的极大值为*f**=*ln *+*2*-*3*×+*2*=-*ln 2,*f*(*x*)的极小值为*f*(1)*=*ln 1*+*12*-*3*×*1*+*2*=*0*.*

#### 创新拓展练

15. [2024·湖北联考]请写出一个满足以下条件的函数的解析式:（答案不唯一）.

①为偶函数；

②当时，.

[解析]记，则.

当 时，有，函数 单调递减；当 时，有，函数 单调递增.

故，即,所以 恒成立.

故当 时，

可取 满足.

因为 为偶函数，所以可以找到一个符合题意的函数：

16. 已知函数.

（1）若，求实数的取值范围；

（2）若函数的单调递增区间为,，且的极大值为，求证：,.

[解析]（1）由题意知，函数 的定义域为，

由，不等式两边同除以，得.

设,，则，令 得.

当 时，；当 时，.

故 在 上单调递增，在 上单调递减,

所以，只需，所以，

所以实数 的取值范围为.

（2）令,，则，

令,得，

当,时，；当,时，.

故 在,上单调递增，在,上单调递减.

因为函数 的单调递增区间为,，

所以,,，解得，且.

当,时，；当,时，；当 时，.

故 在,上单调递减，在,上单调递增，在 上单调递减.

所以 的极大值.

因为,,

所以,，所以,，即 的极大值,.